

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA DISCIPLINA: MATEMÁTICA A | 11.º Ano

1.º PERÍODO

COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS	APRENDIZAGENS ESSENCIAIS	SEQUÊNCIA DIDÁTICA
COOPERANTE • Interage com tolerância, empatia e responsabilidade. • É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista. AUTÓNOMO		ANTES DE COMEÇAR
 Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos. 		ESTATÍSTICA
 Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário. Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com 		Dados bivariados
responsabilidade e autonomia. CRÍTICO Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às	• Reconhecer que, para estudar a associação entre duas variáveis quantitativas de uma população, se observam essas variáveis sobre cada unidade estatística, obtendo-se uma	Dados quantitativos
 experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis. Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis. 	 Reconhecer a importância da representação dos dados no diagrama de dispersão, nuvem de pontos, para interpretar a forma, direção e força da associação (linear) entre as duas variáveis. 	Diagrama de dispersão
 Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora. 	ullet Identificar o coeficiente de correlação linear r , como medida dessa direção e grau de associação (linear), e saber que assume valores pertencentes a $[-1,1]$, dizendo-se com base nesse valor que a correlação é positiva, negativa ou nula. Recorrer à tecnologia para proceder ao cálculo do coeficiente de correlação linear.	• Coeficiente de correlação linear

- Compreender que, no caso do diagrama de dispersão mostrar uma forte associação linear entre as variáveis, essa associação pode ser descrita pela reta de regressão ou reta dos mínimos quadrados. Utilizar a tecnologia para determinar uma equação da reta de regressão.
- Compreender que na construção da reta de regressão não é indiferente qual das variáveis é que se considera como variável independente ou explanatória.
- Compreender que a existência de outliers influencia estes procedimentos.
- Utilizar a reta de regressão para inferir o valor da variável dependente ou resposta, para um dado valor da variável independente ou explanatória, quando existe uma forte associação linear entre as variáveis, quer positiva, quer negativa, e desde que este esteja no domínio dos dados considerados.
- Compreender que não se pode confundir correlação com relação causa-efeito, pois podem existir variáveis "perturbadoras" que podem provocar uma aparente associação entre as variáveis em estudo.
- Entender que um gráfico de linhas é um caso particular de um diagrama de dispersão, em que se pretende estudar a evolução de uma das variáveis relativamente a outra variável, de um modo geral o tempo, e em que se unem, por linhas, os pontos representados.
- Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados à Estatística num problema contextualizado, desenvolvendo competências de representação e comunicação matemática.
- Desenvolver hábitos de pesquisa.
- Interpretar de forma crítica, informação, modelos e processos.
- Conhecer, aplicar e construir modelos presentes na Estatística, tirando partido da tecnologia.
- Desenvolver a criatividade e a comunicação, através da apresentação do projeto em palestras, pósteres, vídeos ou outros suportes.

- Reta de regressão
- variável independente ou explanatória
- variável dependente ou resposta

Gráfico de linhas

Aprofundamento do estudo de Estatística com trabalho de projeto

COOPERANTE

- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.

COOPERANTE

- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

AUTÓNOMO

- Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos.
- Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário.
- Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com responsabilidade e autonomia.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.

Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

- Resolver problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos estudados no 3.º ciclo do EB, na resolução de triângulos retângulos e não retângulos.
- Relacionar e aplicar, na resolução de problemas, as noções de ângulo e arco orientados e de ângulo e arco generalizados e a respetiva amplitude.

- Identificar e interpretar a circunferência trigonométrica.
- Reconhecer, analisar e aplicar, na resolução de problemas, razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) de ângulos generalizados na circunferência trigonométrica.
- Conhecer a unidade de medida radiano.

• Utilizar a circunferência trigonométrica, na redução ao primeiro quadrante, na dedução da fórmula fundamental da Trigonometria e na resolução de problemas.

GEOMETRIA TRIGONOMETRIA

Resolução de problemas que envolvam triângulos

Circunferência trigonométrica

- Ângulo orientado e rotação segundo ângulos orientados
- Ângulo generalizado e rotação segundo ângulos generalizados
- Arco orientado e arco generalizado
- Ângulos num referencial
- Circunferência trigonométrica

Radianos

- Radiano
- Razões trigonométricas com radianos

Fórmulas trigonométricas

Redução ao 1.º quadrante

CONFIANTE

- É confiante, resiliente e persistente.
- Reconhece oportunidades nas dificuldades.
- Tem uma atitude positiva e construtiva e autorregulada.

CONSCIENTE

• Conhece e confia nas suas capacidades e é consciente das suas limitações.

COOPERANTE

- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

AUTÓNOMO

- Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos.
- Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário.
- Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com responsabilidade e autonomia.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.
- Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

COOPERANTE

- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

AUTÓNOMO

- Reconhecer, analisar e aplicar as funções trigonométricas sin(x), cos(x) e tan (x) na modelação de fenómenos periódicos.
- Identificar fenómenos periódicos e usar os conceitos de período, máximo, mínimo, amplitude e frequência, no estudo dos fenómenos periódicos.
- Determinar valores aproximados de zeros, extremos e outros pontos relevantes, num contexto de resolução de problemas, com recurso à tecnologia gráfica.

- Reconhecer e aplicar na resolução de problemas a relação entre a inclinação e o declive de uma reta no plano.
- Resolver problemas envolvendo retas no plano, utilizando equações vetoriais e reduzidas de retas e posição relativa de retas.

• Conhecer que o produto escalar de dois vetores é igual ao produto das suas normas pelo cosseno do ângulo formado por eles (sem demonstração).

Atividades de consolidação, avaliação e recuperação

Funções trigonométricas Fenómenos periódicos

GEOMETRIA ANALÍTICA

Declive e inclinação de uma reta

- Retas no plano (revisão)
- Inclinação de uma reta
- Relação entre declive e inclinação de uma reta

- Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos.
- Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário.
- Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com responsabilidade e autonomia.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.
- Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

- Conhecer o conceito de produto escalar de dois vetores, no plano e no espaço, definido com base nas coordenadas dos vetores num referencial ortonormado.
- Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar, nomeadamente: relacionando o ângulo de dois vetores não nulos com o sinal do respetivo produto escalar; estabelecendo uma relação entre os declives de duas retas perpendiculares no plano; determinando o ângulo entre dois vetores; e determinando o ângulo formado por duas retas.
- Determinar a equação cartesiana de um plano dados um ponto e um vetor normal.
- Resolver problemas envolvendo: equações vetoriais de retas; equações cartesianas de planos; distância de um ponto a um plano; e posição relativa de retas e planos.

Produto escalar de dois vetores

- Ângulo de dois vetores
- Produto escalar
- Propriedades do produto escalar

Produto escalar de dois vetores num referencial

o. n.

- Produto escalar num referencial o.n.
- Ângulo de dois vetores
- Ângulo de duas retas
- Relação entre declives de retas perpendiculares no plano

Equações cartesianas de planos no espaço

- Vetor normal ao plano
- Plano definido por um ponto e um vetor normal

Posições relativas de retas e planos

- Posição relativa entre dois planos
- Posição relativa entre retas e planos

Atividades de consolidação, avaliação e recuperação

CONFIANTE

- É confiante, resiliente e persistente.
- Reconhece oportunidades nas dificuldades.
- Tem uma atitude positiva e construtiva e autorregulada.

CONSCIENTE

• Conhece e confia nas suas capacidades e é consciente das suas limitações.

2.º PERÍODO

COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS	APRENDIZAGENS ESSENCIAIS	SEQUÊNCIA DIDÁTICA
COOPERANTE Interage com tolerância, empatia e responsabilidade. É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista. AUTÓNOMO Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos. Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário. Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com responsabilidade e autonomia. CRÍTICO Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis. Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis. Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.	 Conhecer e aplicar os princípios da adição e da multiplicação em problemas de contagem. Usar diferentes formas de representação, nomeadamente diagramas em árvore e tabelas, em problemas de contagem. 	MATEMÁTICA DISCRETA CONTAGEM Princípios gerais de contagem Princípio do pombal ou princípio das gavetas de Dirichlet Princípio da multiplicação Princípio da adição Fatorial de um número natural n
	• Identificar arranjos completos, permutações e arranjos simples como casos particulares da aplicação do princípio da multiplicação.	Arranjos, permutações e combinações • Arranjos com repetição • Permutações

	ullet Identificar combinações como forma de saber o número de subconjuntos com p	Arranjos sem repetição
	elementos de um dado conjunto com n elementos $(p \le n)$.	Combinações
		Resolução de problemas recorrendo a arranjos e combinações
CONFIANTE		
• É confiante, resiliente e persistente.		Atividades de consolidação, avaliação e
Reconhece oportunidades nas dificuldades.		recuperação
● Tem uma atitude positiva e construtiva e autorregulada.		
CONSCIENTE • Conhece e confia nas suas capacidades e é consciente das suas limitações.		
500000		SUCESSÕES
 COOPERANTE Interage com tolerância, empatia e responsabilidade. 		Representações de uma sucessão. Progressões
• É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	• Identificar e analisar:	aritméticas e progressões geométricas
	-regularidades em exemplos numéricos e pictóricos;	Sucessão de números reais. Termo geral de
AUTÓNOMO ◆ Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando	- formas de gerar sucessões através de termos gerais e por recorrência.	uma sucessão
múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos.	Tomas de Servi secossos anares de termos Servis e por recordencia.	Sucessões definidas por recorrência
• Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que		Representações gráficas de uma sucessão
necessário.	Reconhecer progressões aritméticas e geométricas.	Variação de uma sucessão
• Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com	• Saber definir progressões aritméticas e geométricas através do 1.º termo e da razão (r).	Progressões aritméticas Progressões geométricas
responsabilidade e autonomia.		Progressões geométricas
CRÍTICO • Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.	ullet Determinar a soma de n termos consecutivos de uma progressão aritmética e de uma progressão geométrica.	Somas de termos de uma progressão • Soma de n termos consecutivos de uma progressão aritmética

- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.
- Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

CONFIANTE

- É confiante, resiliente e persistente.
- Reconhece oportunidades nas dificuldades.
- Tem uma atitude positiva e construtiva e autorregulada.

CONSCIENTE

• Conhece e confia nas suas capacidades e é consciente das suas limitações.

COOPERANTE

- É uma pessoa próxima e capaz de interação respeitadora, construtiva e colaborativa com os outros.
- É capaz de trabalhar em equipa.
- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.
- Resolve problemas de ordem relacional de forma pacífica, com empatia e sentido crítico.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.
- Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

- ullet Conhecer o comportamento da sucessão do tipo a^n , com a>1 e para 0< a<1, para valores de n suficientemente grandes.
- ullet Conhecer que a soma de todos os termos de uma progressão geométrica (série geométrica), com |r|<1 é um valor finito.
- Soma de *n* termos consecutivos de uma progressão geométrica
- "Soma" de todos os termos de uma progressão geométrica

Atividades de consolidação, avaliação e recuperação

Aprofundamento do estudo de Sucessões com trabalho de projeto

COOPERANTE

- É uma pessoa próxima e capaz de interação respeitadora, construtiva e colaborativa com os outros.
- É capaz de trabalhar em equipa.
- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.
- Resolve problemas de ordem relacional de forma pacífica, com empatia e sentido crítico.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.
- Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

AUTÓNOMO

- Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos.
- Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário.
- Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com responsabilidade e autonomia.

- Efetuar a divisão inteira entre polinómios.
- Utilizar a regra de Ruffini/algoritmo de Horner para determinar o quociente e o resto duma divisão de um polinómio por uma expressão do tipo x a, com a real.
- Conhecer o teorema do resto.

- Conhecer o conceito de multiplicidade de uma raiz de um polinómio.
- Decompor polinómios em fatores lineares e quadráticos.
- Obter a expressão analítica da função polinomial representada graficamente, observando a relevância da multiplicidade dos zeros na sua representação gráfica.
- Resolver gráfica e analiticamente equações e inequações polinomiais de grau superior a 2 no contexto de resolução de problemas de modelação.
- Estudar zeros, monotonia, extremos e comportamento no infinito, tendo como base o gráfico de famílias de funções cúbicas e quárticas, recorrendo à tecnologia gráfica.
- Reconhecer que para funções polinomiais de grau ímpar existe sempre pelo menos um zero real.
- Elaborar tabelas de variação de sinal e de monotonia.

FUNÇÕES

Operações com polinómios. Teorema do resto

- Operações com polinómios
- Divisão inteira ou divisão euclidiana de polinómios
- Regra de Ruffini
- Teorema do Resto

Fatorização de um polinómio. Resolução de equações e inequações de grau superior ao segundo

- Raízes ou zeros de um polinómio
- Fatorização de um polinómio
- Resolução de equações de grau superior ao segundo
- Resolução de inequações de grau superior ao segundo

Funções polinomiais

- Funções cúbicas
- Funções quárticas
- Zeros e sinal de uma função polinomial
- Monotonia de uma função polinomial

3.º PERÍODO

COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS	APRENDIZAGENS ESSENCIAIS	SEQUÊNCIA DIDÁTICA
COOPERANTE • É uma pessoa próxima e capaz de interação respeitadora, construtiva e colaborativa com os outros. • É capaz de trabalhar em equipa. • Interage com tolerância, empatia e responsabilidade. • É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista. • Resolve problemas de ordem relacional de forma pacífica, com empatia e sentido crítico. CRÍTICO • Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis. • Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis. • Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora. AUTÓNOMO • Sabe encontrar respostas para novas situações, mobilizando múltiplas dimensões da inteligência e conhecimentos. • Expressa as suas necessidades e pede ajuda sempre que necessário. • Avalia o cumprimento de objetivos e projetos pessoais, com responsabilidade e autonomia.	• Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções racionais do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ calculando as coordenadas dos pontos de interseção com os eixos coordenados e estudando o sinal. $ \bullet \text{ Conhecer o comportamento das funções racionais do tipo } f(x) = a + \frac{b}{x-c} \text{ quando } x \text{ tende para: } \\ \cdot \text{ mais infinito, } \\ \cdot \text{ menos infinito, } \\ \cdot \text{ c por valores inferiores, } \\ \cdot \text{ c por valores superiores, e identificar as equações das assíntotas horizontais e verticais ao gráfico destas funções e o seu domínio e contradomínio. } \\ \bullet \text{ Identificar algebricamente as assíntotas verticais e horizontais de funções racionais definidas pelo quociente de funções afins. } $	Funções racionais • Funções racionais. Domínio de uma função racional • Assíntotas ao gráfico de uma função. Gráfico de uma função racional • Estudo de uma função racional do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ • Resolução de problemas recorrendo a funções racionais

• Caracterizar funções resultantes de operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com funções polinomiais de grau não superior a 4.

• Calcular zeros e estudar o sinal de funções resultantes de operações elementares entre funções, gráfica e analiticamente, em casos simples.

ullet Determinar a taxa média de variação de uma função num intervalo $[a,\,b]$ e fazer a sua interpretação geométrica.

- Determinar a razão incremental de uma função num dado ponto e chegar à taxa de variação instantânea através da noção intuitiva de limite.
- Identificar a derivada de uma dada função num ponto com o declive da reta tangente ao gráfico nesse ponto.
- Conhecer a definição de função derivada.

• Calcular a derivada de monómios, de grau não superior a 3, utilizando o limite da razão incremental de uma função num ponto genérico.

• Aplicar regras de derivação (adição, subtração, multiplicação, divisão, potências com expoente natural) para obter a função derivada.

Operações com funções. Resolução de problemas recorrendo à calculadora gráfica

- Igualdade de funções
- Soma, diferença, produto e quociente de funções
- Resolução de problemas recorrendo à calculadora gráfica

Taxa de variação. Derivada

- Taxa média de variação de uma função
- Interpretação geométrica da taxa média de variação de uma função
- Taxa instantânea de variação de uma função num ponto. Derivada
- Interpretação geométrica da derivada de uma função num ponto

Função derivada. Regras de derivação

- Função derivada
- Derivada de funções de referência. Regras de derivação
- Regras de derivação

Atividades de consolidação, avaliação e recuperação

CONFIANTE

- É confiante, resiliente e persistente.
- Reconhece oportunidades nas dificuldades.
- Tem uma atitude positiva e construtiva e autorregulada.

CONSCIENTE

• Conhece e confia nas suas capacidades e é consciente das suas limitações.

COOPERANTE

- É uma pessoa próxima e capaz de interação respeitadora, construtiva e colaborativa com os outros.
- É capaz de trabalhar em equipa.
- Interage com tolerância, empatia e responsabilidade.
- É capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.
- Resolve problemas de ordem relacional de forma pacífica, com empatia e sentido crítico.

CRÍTICO

- Observa, identifica, analisa e dá sentido à informação, às experiências e às ideias e argumenta com base em diferentes premissas e variáveis.
- Analisa as questões de forma ampla, encarando as várias perspetivas ou pontos de vista possíveis.
- Quando confrontado com problemas complexos, valoriza a profundidade da análise, em detrimento da superficialidade facilitadora.

- Reconhecer, numérica e graficamente, a relação entre o sinal da derivada e a monotonia de uma função.
- Saber que se uma dada função definida num intervalo aberto tem extremo num ponto e tem derivada nesse ponto então essa derivada é nula (teorema de Fermat).
- Estudar a monotonia e existência de extremos de uma função com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, tendo por base o sinal e os zeros da sua derivada.
- Resolver problemas de otimização de modelação matemática, em casos simples, no contexto da vida real.

Derivada e estudo de funções. Otimização

- Diferenciabilidade e extremos
- Diferenciabilidade e monotonia
- Problemas de otimização